(kommentaar kohal on🡪 märk, ehk vektor) **OMADUSED: Maatriksite omadused (samad mõõtmed):**1) Maatriksite liitmine on assotsiatiivne, s.t. mistahes  korral kehtib (X +Y) + Z = X + (Y + Z)

2)Iga  ning nullmaatriksi korral kehtivad X + = X ;  + X = X

3)Samade mõõtmete korral X + (-X) = ; (-X) + X = 

4) Maatriksite liitmine on kommutatiivne, s.t. mistahes  korral kehtib   
X + Y = Y + X

**TÕESTUS: Maatriksite liitmine on kommutatiivne:**

Olgu  ning olgu 

Tähistame maatriksid X ja Y nende üldelementide kaudu.

X=(xij) Y=(yij)

Vastavalt maatriksite liitmise definitsioonile

Tähistame X+Y ja Y+X nende üldelementide kaudu:

X+Y=(zij) Y+X=(wij)

Tõestuseks peame näitama,

korral!

Vastavalt maatriksite liitmise definitsioonile kehtivad seosed

Zij=xij+yij wij=yij+xij  , korral.

Et Xij ja Yij on IR, siis reaalarvude liitmise omaduse R1 põhjal kehtib

Xij+Yij=Yij+Xij , korral.

Seetõttu ka

Zij=wij , korral.

M.O.T.T.

**Mistahes ja mistahes** **:**

1. 1X = X
2. (-1)X = -X
3. 0X = 
4. =
5. 
6. 
7. 8) 

**TÕESTUS: omadus 5:**

Olgu ; ****, 

Tähistame tõestuses vajalikud maatriksid nende üldelementide X = (xij) μX = (zij) (λμ)X = (uij)  
λ = (vij)

Peame näitama, et uij = vij . Maatriksite reaalarvuga korrutamise definitsiooni põhjal

ning et , siis zij = μ \* xij \*\*\*

uij = (λμ)\*xij ja vij = λ\*zij \*\*\* => vij = λ\*(μ\*xij)

korral

... (poolik)

**OMADUSED: Maatriksite korrutamine:**

1. Maatriksite korrutamine on assotsiatiivne, s.o. mistahes kolme maatriksi korral (XY)Z = X(YZ)
2. Mistahes maatriksi  ning vastavalt ühikmaatriksite korral  
   XE1 = X ; E2X = X
3. Mistahes kolme maatriksi  korral   
   
4. Mistahes kolme maatriksi  korral  
   

**TÕESTUS: Maatriksite korrutamise assotsiatiivsuse tõestus:**

Olgu ning

Tähistame tõestuses vajalikud maatriksid nende üldelementide kaudu:

X=(xij) y=(yij) Z=(zij)

XY=(tij)

XZ=(uij)

(XY)Z=(vij)

X(YZ)=(wij) samad mõõtmed

Tõestuseks on tarvis näidata,et vij=wij ,

korral

Maatriksite korrutamise definitsiooni põhjal:

tij=kiYik

uij=ilZlj

vij=ilZlj =

wij=ikukj =

kasutame omadust R5:

Tähistame akl=(XikYkl)Zlj siis,

Eelnevalt tuletatud valemi põhjal

Vij=wij=>(XY)Z=X(YZ) M.O.T.T.

**OMADUSED: Determinandi omadused:**

1)Maatriksi ja transponeeritud maatriksi determinandid on võrdsed 

2)Maatriksi kahe rea(veeru) äravahetamisel muudab maatriksi determinant märki

3)Kui maatriksi 2 rida(veergu)on võrdsed, siis maatriksi determinant on 0

4)Kui maatriksis mingit rida (veergu) korrutada mistahes arvuga, siis maatriksi determinant korrutub sama arvuga

5)Kui maatriksi mingile reale(veerule) liita mistahes arvuga korrutatud mitahes teine rida(veerg), siis uue maatriksi Determinant on võrdne esialgse maatriksi Determinandiga

**TÕESTUS: Kui maatriksi mingile reale liita mõni teine rida, siis determinant on võrdne:**

Olgu

**I** liidame maatriksi A kndale reale arvuga läbi korrutatud l-nda rea.

Olgu sel teel saadud maatriksi A’











Kui 2 rida on võrdsed, siis omadus 3-e järgi determinant on 0 ning |A’| = |A|

**II** liidame maatriks A kndale veerule arvuga läbi korrutatud l-nda rea.

Olgu saadud maatrik A’’

A. Põhjal A= ning

(A’’)T on saadud maatriksi AT selle k-nda reale λ kordse l-nda rea liitmisel.

Osa I põhjal .

M.O.T.T.

**TÕESTUS: Sama järku ruutmaatriksite korrutise determinant võrdub nende maatriksite determinantide korrutisega:**

Olgu antud

Arvutame D kahel viisil, saades kord vastuseks |XY| ning kord |X|\*|Y|

1)

\*

2)

C11=0+X11Y11+X12Y21+..+X1nYn1 => Cij=0+Xi1Y1j+..+XinYnj

Näeme, et C=XY => D=|C|=|XY|

Seega |XY|=|X||Y|

M.O.T.T.

**TÕESTUS: Kui n-järku maatriksil A leidub pöördväärtus, siis on nad regulaarsed:**

Olgu , et A-l leidub pöördmaatriks, siis eksisteerib selline maatriks B, et A\*B=E ja B\*A=E

Vastavalt maatriksite korrutise determinandist. |A|\*|B|=|A\*B|=|E|=1

Oletame, et A ei ole regulaarne, siis |A|=0 =>|A|\*|B|=0=1 vastuolu => A on regulaarne.

Oletame, et B ei ole regulaarne, siis |B|=0=>|A|\*|B|=0=1 vastuolu => B on regulaarne.

M.O.T.T.

**TÕESTUS: Kui ruutmaatriksil on pöördmaatriks, siis ainult üks:**

Olgu ning maatriks, millel leidub pöördmaatriks.

Oletame, et maatriksil A on rohkem kui 1 pöördmaatriks. Olgu B ja C mingid maatriksi A pöördmaatriksid.

Pöördmaatriksi def. põhjal peavad kehtima

(1) A\*B=E (2) B\*A=E (3) A\*C=E (4) C\*A=E

B(AC)B\*E=B

Mat korrutamine on assotsiatiivne! => (B\*A)CE\*C=C

=> B=C

Järelikult on Mat A kõik pöördmaatriksid võrdsed, järelikult mat A-l on ainult üks pöördmaatriks.

M.O.T.T.

**DEFINITSIOON:**Mittetühja hulka V nim vektorruumiks üle realarvude IR, kui hulgal V on järgmine ehitus:  
1)mida nim (hulga V) elementide liitmiseks

2) mida nim elemendi korrutamiseks IR-ga

**OMADUSED: Vektorruum:**

1. Liitmine on assotsiatiivne korral (x+y)+z = x+(y+z)
2. Leidub selline element, mida nim nullelemendiks ja kehtivad seosed korral  
   x+0=x 0+x=x
3. Leidub vastandelement x+(-x) = 0 (-x)+x=0
4. Liitmine peab olema kommutatiivne x+y = y+x
5. 1x = x
6. (λμ)x = λ(μx)
7. λ(x+y)=λx + λy
8. (λ+μ)x = λx + μx

\*Vektorruumis on igal elemendil vaid 1 vastaselement

\*elementide vaheks x-y nim x+(-y)

**TÕESTUS: Vektorruumis on ainult üks nullelement:**

Olgu meil vektorruum V. Oletame, et selles vektorruumis on vähemalt 2 nullelementi. Tähistame 01 , 02.

Omaduse 2 põhjal kehtivad seaosed (1)x+01=x (2) 01+x=x (3)x+02=x (4) 02+x=x korral.

Et x võib olla suvaline vektorruumi element, võime temaks võtta ka 01 või 02.

Asendades seoses (2) elemendi x elemendiga 02 ning seoses (3) elemendiga 01, saame

(2’) 01+02=02 (3’) 01+02=01

(2’) ja (3’) vasakud pooled on võrdsed, siis peavad võrdsed olema ka paremad pooled => 01=02

Seega on vektorruumis V vaid üks nullelement.

M.O.T.T.

**TÕESTUS: Lineaarkate L(a1,a2,..,am), kus on vektorruumi V alamruum:**

Olgu V vektrorruum, . Olgu L(a1..am)={x=ξ1a1+..+ ξmam| ξ1.. ξ2 IR}

Et V on vektorruum, siis II põhjal ξ1a1, ξ2a2,.., ξmamV

I põhjal ξ1a1+ ξ2a2V

ξ1a1+ ξ2a2+ ξ3a3V ...jne

Seega L(a1,...,am)⊂V

Paneme tähele a1=1\*a1+0\*a2+...+0\*am ∈L(a1..am) seega pole tühihulk.

Olgu λ ja μ ∈ IR x,y ∈ L(a1..am)

Kas λx+ μy ∈ L(a1..am)

∃ ξ1.. ξm ∈ IR

X= ξ1a1+..+ ξmam y= ξ1a1+..+ ξmam

λx+ μy= λ (ξ1a1+..+ ξmam)+ μ ( ξ1a1+..+ ξmam) =(7. Ja 6. Omaduse järgi)= (λ ξ1)a1+...+(λ ξm)am+ +(μξ1)a1+...+(μ ξm)am=(4. Omaduse järgi)= (λ ξ1)a1+...+( μξ1)a1+...+( λ ξm)am+( μ ξm)am=(8. Omaduse järgi)=( λ ξ1+μξ1)a1+...+(λ ξm+μ ξm)am ∈ L(a1..am)

Seega on tegemist vektorruumi ja alamhulgaga

M.O.T.T.

**TÕESTUS: Üldelemendiline vektorsüsteem {a} on lineaarselt sõltuv, kui a on nullelement(a=0):**

Tarvilikkus(=>) Olgu V vektorruum ning a olgu vektorruumi element.

Olgu see ühe elemendiline süsteem lineaarselt sõltuv.

St ξa=0 on vähemalt kaks lahendit. ξ 1, ξ2 ∈ IR ξ 1≠ ξ2

Vähemalt üks arvudest ξ 1 ξ2 on nullist erinev. Olgu selleks ξ 1≠0

Sellisel juhul leidub arv ∈IR

1a=0 |\*

\*( ξ 1a)= ξ 1\*0=(7. Ja 8. Omadus)=0 (\* ξ 1)a=0 => 1a=0 => a=0

Piisavus: Olgu v vektorruum, vaatleme vektorsüsteemi {0} ja talle vastavat vektorvõrrandit ξ\*0=0

Paneme tähele, et ξ=1 on selle võrrandi lahend, mis ei ole nullelement.

Vastavalt definitsioonile on meil tegemist lineaarselt sõltuva süsteemiga.

M.O.T.T.

\*TEOREEM: Vektorsüsttem{a1...am} milles on vähemalt 2 elementi, on lineaarselt sõltuv siis ja ainult siis kui selle vektorsüsteemi mingi element on avaldatav selle vektorsüsteemi ülejäänud elementide kaudu

\*TEOREEM:   
a) Vektorsüsteem, millel on lineaarselt sõltuv alamsüsteem on lineaarselt sõltuv

b) Lineaarselt sõltumatu vektorsüsteemi kõik alamsüsteemid on lineaarselt sõltumatud

c) Vektorsüsteem, mis sisaldab nullelementi on lineaarselt sõltuv

**TÕESTUS: Elemendi kordinaadid igal baasil määratakse üheselt:**

Olgu V n-mõõtmeline vektorruum baasiga {e1...en} ning olgu x∈V. Oletame, et elemendi x kordinaate on võimalik valida vähemalt kahel viisil.

x=x1e1+...+xnen ∈IR

Vektorruumi aktsioomi 3 põhjal x+(-x)=0 (1)

Järeldus 7.7 (-1)\*x=-x

Seega –x=(-1)[]=(7. Omadus)= = 6. Omadus=

Võrrandist (1) saame 0=x+(-x)=]+[]=8. Omadus= ={ }= ξ 1e1+...+ ξ nen

Et {e1...en} oli V baas, saab võrrandil ξ 1e1+...+ ξ nen=0 olla vaid null-lahend ξ 1=0 ... ξ n=0

Seetõttu korral => vektori kordinaadid antud baasil määratakse ühiselt.

M.O.T.T.

**Homogeense LVS kõigi lahendikomplektide Ln on vektroruumi Rn alamruum tõestus:**

Olgu antud homogeenne LVS

ja olgu Lh selle LVS-i kõigi lahendikomplektide hulk.

Selleks, et Lh oleks ℝn alamruum peab

1) Lh∈ ℝn

2) Lh≠ø

3)

1)Eelneva põhjal Lh ∈ ℝn

2)(0,0,...,0) ∈ Lh => Lh≠ø

3)Olgu x=(α1, α2,..., αn) y=(β1, β2,..., βn) ja

Et x,y∈ Lh, siis ai1α1+ ai2α2+...+ ainαn=0

ai1 β 1+ ai2 β 2+...+ ain β n=0

korral

λx+μy=λ(α1,..., αn)+ μ(β1,..., βn)=ℝn korral, def.=( λ1α1,..., λnαn)+( μ1β1,..., μnβn)= ℝn liitmine=( λ1α1+ μ1β1,..., λnαn+ μnβn)

Olgu , siis

ai1(λα1+ μβ1)+...+ ain(λαn+ μβn)=R5= ai1(λα1)+ ai1(μβ1)+...+ ain(λαn)+ ain (μβn)=R1,R2= λ(ai1α1)+ μ(ai1β1)+...+ λ(ainαn)+ μ(ainβn)=R5= λ()+μ()=0

Seega λx+μy ∈Lh ning Lh on ℝn alamruum.

M.O.T.T.

DEFINITSIOON: Homogeense LVS lahendiruumi baasi {C1, C2, ...Cn-s} nim tema fundamentaalsüsteemiks

TEOREEM: Olgu α mittehomogeense LVS fikseeritud lahendikomplekt. Siis iga element y = a+x, kus x on taandatud LVS mingi lahendikomplekt, on mittehomogeense LVS lahendikomplekt.

**VEKTORALGEBRA**

DEFINITSIOON: Lõiku, millel on fikseeritud alguspunkt nim suunatud lõiguks.

DEFINITSIOON: Seotud vektorit, mille algus ja lõpp langevad kokku nim seotud nullvektoriks

**TÕESTUS: Vektorite liitmise on kommutatiivne:**

Olgu meil 2 vabavektorit

Olgu A∈E, siis leidub selline punkt B, et

A C

B

Samuti leidub vabavektori def. kohaselt punkt C, et

Vastavalt vektorite liitmise def.

-(Mingi kahtlane kriips konspektis)

Vabavektori def. kohaselt leidub selline punkt D,F∈E, et

D

A F

C

B

Peaksime näitama, et F=C

Vaatleme murdjoont FDABC

Vastavalt punktide B,C,D ja F valikule teame, et

|DF|=||=||=|| =>|DF|=|AB|

|AB|=||=||=||

|AD|=||=||=|| =>|DF|=|AB|

|BC|=||=||=||

Samuti , ∈ = ||

, ∈ = || tekkis kaks paari sama pikki paralleelseid lõike =>rööpkülik

FDABC => F=C

Et F=, siis .

M.O.T.T.

**OMADUS: Projektsioonivektorid:**

1. Vektorite summa projektsioonivektor on võrdne nende vektorite projektsioonivektorite summaga: 
2. (15.2)Mistahes reaalarvu ja mistahes vektori korral: 

**Vektorite summa proj. vektor on võrdne nende vektorite proj. vektorite summaga tõestus:**

Olgu antud vektorid ning sirgel l, mis lõikab vektori poolt määratud sirget täpselt ühes punktis.

Hakkame leidma vektorite , ja proj. vektoreid vektori sihile paralleelselt sirgega l. Olgu A∈**E**2, siis ∃ punktid B,C ∈ **E**2 , et ja   
paneme tähele, et

Leiame punktide A, B ja C projektsioonid vektori poolt määratud sirgele. Olgu need vastavalt A’, B’ ja C’

Vastavalt projektsioonivektori definitsioonile on   ja 

Vastavalt vektorite liitmise definitsioonile kehtib seos

Seega 

M.O.T.T

\*projektsiooni ja projektsioonivektori vaheline seos:  


OMADUS : (15.3)  
Vektorite summa projektsioon on võrdne nende vektorite projektsioonide summaga: 

OMADUS 4:  


**TÕESTUS: Projektsioon mistahes reaalarvu ja** **korral:**

Olgu **,** , E2 ning sirge l millega paralleelselt me projektsiooni leidma hakkame.

Vastavalt omadusele 15.2, kehtib seos  ehk 

Vastavalt projektsioonivektori ja projektsiooni seosele saame   


Vektorite arvuga korrutamise distributiivsuse tõttu võime selle seose üles kirjutada kujul:  
 λ\*0

Seega |λ\*0|=||= 0 = |λ|\*1=0=> |λ|=0 => λ = 0

Ehk ehk 

M.O.T.T

\*Vektorite vaheliseks nurgaks nimetatakse nurka, mis tekib AB pööramisel ümber punkti A lühemat teed pidi lõigule AC  
  
**BAAS, REEPER, PUNKI KOORDINADID JA NENDE TEISENEMISE VALEMID.**

TEOREEM:

* Ühevektoriline vektorsüst {} on lin sõltuv =>
* Kahevektoriline vektorsüst {, } on lineaarselt sõltuv =>
* Kolmevektoriline vektorsüst {, , } on lineaarselt sõltuv kui need vektorid on komplanaarsed

DEFINITSIOON: baasi nimetatakse ristbaasiks, kui temasse kuuluvad vektorid on paarikaupa risti ja pikkusega 1

DEFINITSIOON: Vektorruumi **E2** baasi nim parema käe baasiks, kui pööre lühemat teed pidi ümber punkti K seotud vektorini toimub kellaosuti liikumise suunale vastupidiselt

**SKALAARKORRUTAMINE:**

DEFINITSIOON: vektorite skalaarkorrutiseks nim IR =   
OMADUS 1:   
nullvektoriga = 0 (omadus 17.1)  
OMADUS 2:  
kommutatiivne: =   
**TÕESTUS: Skalaarkorrutamise kommutatiivsus:**Olgu **E** kas **E1, E2,** või **E3** ning olgu  **1)** olgu   
siis on omaduse 17.1 põhjal = = 0 ja = = 0  
=> korral = = 0  
**2)** sama mis x korral (1)  
**3)** Olgu Seega on üheselt määratud nurk ja vahel  
vastavalt vektorite vahelise nurga definitsioonile => \*1Et meil || ja ||, siis IR korrutamise kommutatiivsuse tõttu ei ole vahet, millises järjekorras me neid korrutame: \*2  
Vastavalt skalaarkorrutise def valemile saame = =  
M.O.T.T

OMADUS 3:  
Skalaarkorrutamine ja ristprojektsioon on seotud:

OMADUS 4:



**TÕESTUS: omadus 4:**Olgu **E** kas **E1, E2** või **E3** ning olgu    
1) Olgu siis omaduse 17.1 põhjal    
 ja  => 

1. omaduse 3 põhjal  
   saame   
   =>   
   omaduse 15.3 põhjal:  
   \*\*Vektorite summa projektsioon on võrdne nende vektorite projektsioonide summaga: 

 | \*  
= )  +   
  
\*\*\*\*\*poolik\*\*\*\*\*\*

**Vektorkorrutamine:**\*Vektorkorrutis eksisteerib vaid ruumis **E3**  
DEFINITSIOON:  
Vektorite **E3** vektorkorrutiseks, mida tähistatakse abil, nim vektorit mis määratakse 3 tingimusega:  
1) | | = ||||sin(,)  
2) | |   
3) vektorsüsteem on parema käe kolmik  
OMADUS 1 (18.1):  
vektorsüsteem on lin sõltuv =>

**TÕESTUS: Vektorkorrutamine on kaldsümmeetriline:**Olgu **E3**1) Olgu || Omaduse 18.1 põhjal   
|| = ||   
=>

2)Kui ei ole paralleelne siis ka ( pole paralleelne ). Olgu A **E3.** Rakendades , punkti A on komplekt {A; , }teatava tasandi π reeperiks  
, A   
Sirge l, mis läbiks punkti A ning oleks | , peab olema | ka tasandiga π. Selline sirge on ühiselt määratud, mistõttu kui ka rakendatult punkti A peavad asuma sirgel l  
Seega   
Teisalt | | = ||||sin(,) = ||||sin(,) = |-()|  
Et {} on parema käe kolmik, siis {} on vasaku käe kolmik. Et {} peab vektorite definitsiooni järgi olema p.k kolmik, peab sest –( =>   
  
OMADUS 3 (18.5)

**Vektorite segakorrutis:** =

OMADUS 1:  
segakorrutamine on lineaarselt sõltuv

= = -   
**TÕESTUS: Segakorrutamine on lineaarselt sõltuv:**Olgu **3**  
1) Lineaarselt sõltuv, siis on ka {}... lineaarselt sõltuvad, siis omadus 1 tõttu ...=0  
2) Lineaarselt sõltumatu, siis ka teised lineaarselt sõltumatud. Paneme tähele, et ehitatud rööptahukas on sama mis -le ehitatud rööptahukas või mõni teine nendest.  
Olgu {} pkk., siis ka { } ja {} on pkk-d ja ülejäänud on vasakukäe kolmikud.  
Seetõttu = rt() = -   
kui on vkk, on asi vastupidi.  
M.O.T.T

**Sirged ja Tasandid**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Sirge tasandil | Tasand ruumis |
| Parameetriline vektorvõrrand | s: = t\* t | , |
| Vektorvõrrand kohavektorite abil | s: | π: , |
| Koordinaatides | s: | π: |
| Üldvõrrand | s: Ax + By + D = 0 | π:Ax + By + Cz + D = 0 |
| Telglõikudes | s: | π: |

DEFINITSIOONID:  
**\*sihivektoriks** nim sirge suvalise 2 erineva punkti poolt määratud vektorit  
\*tasandit määravat lineaarselt sõltumatut vektorsüsteemi nim **tasandite rihiks**  
\*vektorit nim **tasandi normaalvektoriks**

**Ellips, hüperbool ja parabool**

**Ellips:**DEFINITSIOON: Punktihulka {x} tasandil E2 nimetame ellipsiks, kui selle hulga iga punkt x rahuldab võrrandit  
|F1x|+|F2x| = 2a (F1 ja F2 on ellipsi fookused)  
C = ½|F1F2| F1(-C;0) F2(C;0)  
Ellipsi kanooniline võrrand:   
**TEOREEM:** Ellips on sümmeetriline fookusi läbiva sirge ja fookuste vahelise lõigu keskristsirge suhtes ning nende lõikepunkti st. fookuste vahelise lõigu keskpunkti suhtes.  
**TÕESTUS:**Olgu meil antud ellips ε. Vaatleme võrrandit ellipsi kanoonilises reeperis  
ε:   
olgu X(x1;x2) suvaline punkt ellipsil ε.  
punktiga X sümmeetrilised punktid fookusi läbiva sirge, fookuste vahelise lõigu keskristsirge ning fookustevahelise lõigu keskpunkti suhtes on vastavalt:  
X’(x1;-x2) X’’(-x1;x2) X’’’(-x1;-x2)  
Tõestuse lõpetuseks peame näitama, et punktid X’ , X’’ , X’’’ kuuluvad sammuti ellipsile ε.  
1) X’  =>  => X’ <= sest X  
2) X’’  =>  => X’’ <= sest X  
3)X’’’ =>  => X’’’ <= sest X  
  
M.O.T.T

DEFINITSIOON: arvu nim **ellipsi ekstsentrilisuseks**DEFINITSIOON arvu nim **ellipsi fokaalparameetriks**  (ellipsi kõrgus fookuse kohal)

**Hüperbool:**DEFINITSIOON: punktihulka {x} tasandil E2 nim hüperbooliks, kui selle hulga iga punkt x rahuldab võrrandit:  
  
**Hüperbooli kanooniline võrrand:**

**TEOREEM:** Hüperbool on sümmeetriline fookusi läbiva sirge ja fookuste vahelise lõigu keskristsirge suhtes ning nende lõikepunkti st. fookuste vahelise lõigu keskpunkti suhtes

DEFINITSIOON: Punkte B1(0;-b) ja B2(0;b) nim  **hüperbooli imaginaarseteks tippudeks e hüperbooli ebatippudeks.**

DEFINITSIOON: arvu nim **hüperbooli ekstsentrilisuseks**

**Ellipsi ja hüperbooli juhtsirged:  
TEOREEM: Ellipsi (hüperbooli iga punkt Mkorral   
  
kus on punkti M fokaalraadius ja d(li,M) on punkti M kaugus juhtsirgeni li**

**TÕESTUS:**Olgu meil ε(h) ellips (hüperbool) ning olgu M(m1;m2)

r1(M) = |em1 + a| r2(M) = |em2 - a|

Leiame punkti M kaugused juhtsirgest ja

d(l1,M) =  d(l2,M) = 

d(l1,M) =  =

Seega: Seega:   
M.O.T.T

Punktihulk:

**Parabool**

DEFINITSIOON:  
p=   
\*parabooli ekstsentrilisus e=1  
r(X,F) = d(X,l)  
  
\*juhtsirgevõrrandid:

PARABOOLI KANOONILINE VÕRRAND: